

第7章 谐振电路（复习）

• 知识点1: 串联谐振

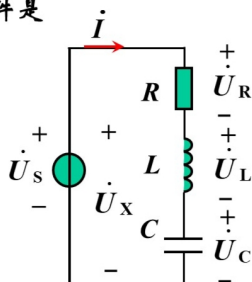
谐振的定义（广义）：对于任何含有电感和电容的一端口电路（无源），在一定条件下可呈现电阻性，其端口电压与电流同相位，则称此一端口电路发生**谐振**。

根据谐振定义，RLC串联电路发生谐振的条件是

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \Rightarrow \text{电阻} \quad \text{即} \quad \begin{aligned} \omega L &= \frac{1}{\omega C} \\ X_L &= X_C \end{aligned}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{谐振角频率}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{谐振频率}$$



串联谐振特点

1) 阻抗方面

$$Z_0 = R + j(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}) = R$$

谐振时，感抗与容抗相等，复阻抗电抗为0，阻抗模最小值。RLC串联电路呈电阻性，电路端口电压与电流同相。

2) 电流方面

此时串联电路电流为 $I_0 = \frac{U_s}{R}$ 达到最大值。

3) 电压方面

谐振时容抗或感抗与电阻的比值称为RLC串联电路的**品质因数**（共振系数或Q值）。

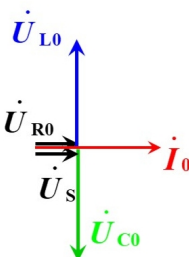
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\dot{U}_{R0} = R\dot{I}_0 = \dot{U}_s \quad \dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_s}{R}$$

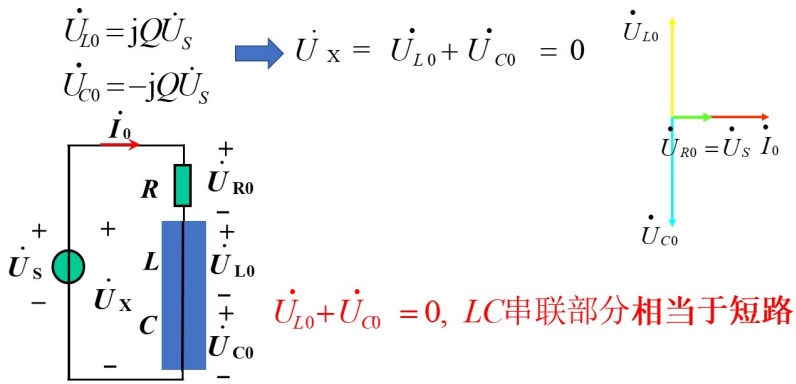
$$\dot{U}_{L0} = j\omega_0 L \dot{I}_0 = j\frac{\omega_0 L}{R} \dot{U}_s = jQ\dot{U}_s$$

$$\dot{U}_{C0} = \frac{\dot{I}_0}{j\omega_0 C} = -j\frac{1}{\omega_0 CR} \dot{U}_s = -jQ\dot{U}_s$$

二者大小相等方向相反



注：L和C上的电压相量大小（模）相等，方向相反，二者串联总电压为零。



电源电压全部加在电阻上， $\dot{U}_{R0} = \dot{U}_S$

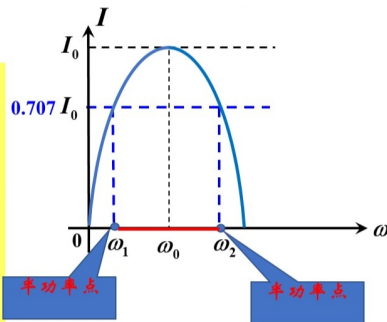
$$u_{L0} + u_{C0} = 0$$

$$u_{R0} = u_S$$

• 知识点2：串联谐振电路谐振曲线

3. 通频带

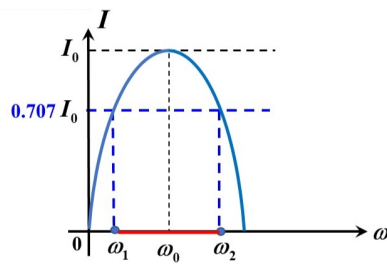
一个实际的电信号通常不是单一频率，而是以某一频率为中心占有一定的频带。要使这样的信号在允许的失真范围内完整的通过电路，要求谐振曲线具有相应的宽度。工程上认为，如果信号占有的频带在谐振曲线最大值 $1/\sqrt{2}$ 倍的两点之间，信号通过时的失真是可以允许的。这两点之间的频率范围称为谐振电路的**通频带**。通频带的边界两点，对应于信号最大功率的一半，也称为**半功率点**。



$$P_{\omega_1} = P_{\omega_2} = R \left(\frac{1}{\sqrt{2}} I_0 \right)^2 = \frac{1}{2} R I_0^2$$

$$I(\omega) = \frac{U_S}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$\omega_1 = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2Q} \right) \quad \omega_2 = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2Q} \right)$$



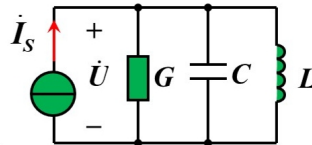
ω_1 与 ω_2 两点之间的频率范围称为谐振电路的**通频带**。

则 $B_\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}$ 或 $B_f = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}$

• 知识点3：理想GCL并联谐振电路

GCL并联电路的复导纳为

$$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = G + jB$$



实现谐振的条件是复导纳的虚部为零

$$\text{Im}[Y] = \text{Im}[G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})] = 0$$

即 $\omega C = \frac{1}{\omega L}$
 $B_C = B_L$

谐振角频率为 $\omega_p = 1/\sqrt{LC}$

谐振频率为 $f_p = 1/2\pi\sqrt{LC}$

2) 并联谐振的特点

① 导纳方面

$$Y_p = G + j(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}) = G = \frac{1}{R}$$

谐振时，导纳模最小值。**GCL并联电路呈电导性，电路端口电压与电流同相。**

② 电压方面

在总电流有效值一定的条件下，并联电压达到最大

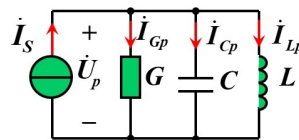
$$\dot{U}_p = \dot{I}_s / Y = \dot{I}_s / G \quad U_p = I_s / G$$

③ 电流方面

谐振时的容纳（或感纳）与电导的比值称为**GLC并联电路的品质因数**（共振系数或Q值）。

$$Q_p = \frac{\omega_p C}{G} = \frac{1}{\omega_p L G} \quad \text{进而有} \quad Q = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

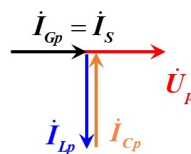
谐振时电导、电感和电容电流



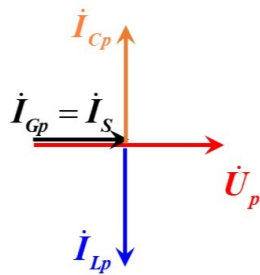
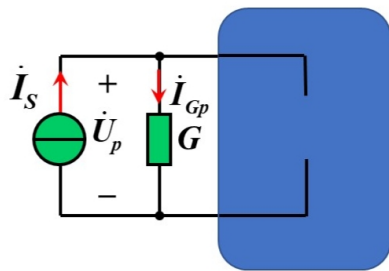
$$\dot{I}_{Gp} = G\dot{U}_p = \dot{I}_s \quad \dot{U}_p = \dot{I}_s / G$$

$$\dot{I}_{Lp} = \frac{\dot{U}_p}{j\omega_p L} = -j \frac{\dot{I}_s}{\omega_p L G} = -jQ_p \dot{I}_s$$

$$\dot{I}_{Cp} = j\omega_p C \dot{U}_p = \frac{j\omega_p C \dot{I}_s}{G} = jQ_p \dot{I}_s$$



谐振时电容支路和电感支路的电流相量**大小（模）相等**，都等于电流源电流大小**（模）的Q倍**，但是**方向相反**。



$$\dot{I}_{Lp} + \dot{I}_{Cp} = 0 \quad \dot{I}_{Gp} = \dot{I}_S$$

注意：L和C并联部分相当于开路。

$$i_{Cp} + i_{Lp} = 0$$

$$i_{Gp} = i_S$$